連結b辺支配集合問題の近似可能性に関する研究

離散最適化研究室　関本正光（指導教員　藤戸敏弘）

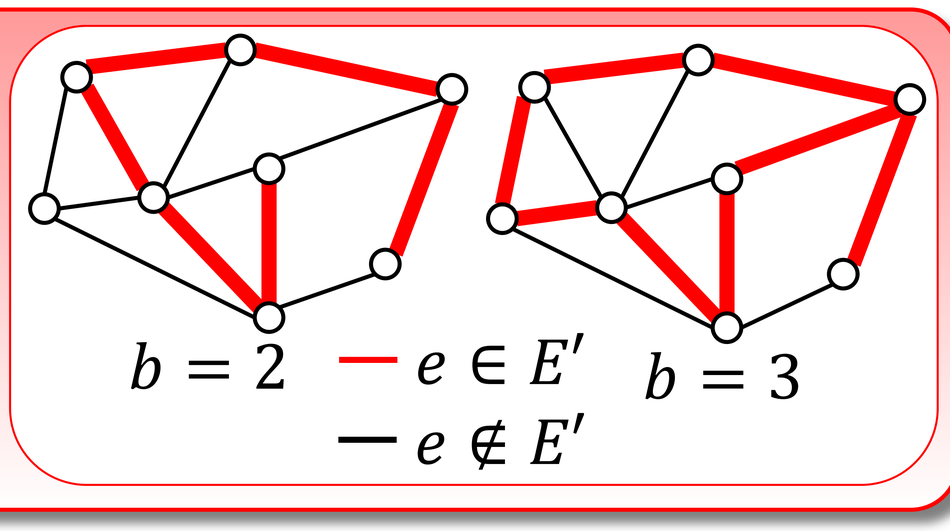
連結b辺支配集合問題

インスタンス: グラフ$G = (V, E)$

解: 辺部分集合$E' \subseteq E$

制約:全ての辺$e \in E$が$e' \in E'$のb本以上と隣接．かつE'が連結

目標: $|E'|$の最小化

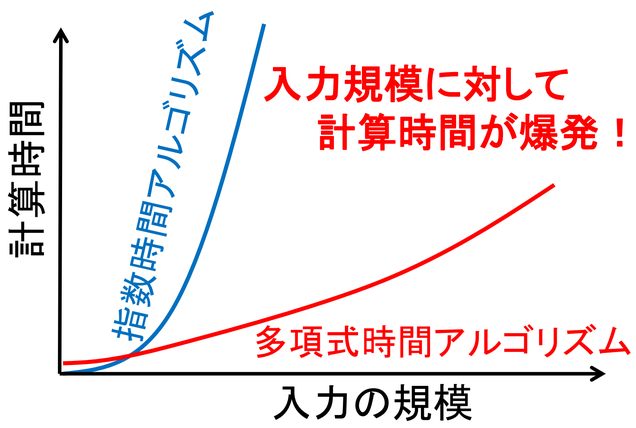


1. 研究目的・背景

連結b辺支配集合問題の近似アルゴリズムを設計と解析

P≠NPだと,
NP困難な最適化問題は
多項式時間では…

解けない！



最適解は諦めて

悪くともα倍以内の解を求めよう！

α倍近似アルゴリズム

2. 本研究の位置づけ

既知結果

- 重みなしグラフの連結辺支配集合問題
  ⇒2倍近似 [Savage 1982]
- 重み付きグラフの連結辺支配集合問題
  ⇒ 2倍近似[Fujito 2006]
- 重みなしグラフの連結2辺支配集合問題
  ⇒ 2.5倍近似[関本 2010]

より拡張した問題の
近似可能性はまだ知られていない！

3. 進捗状況

連結b辺支配集合問題

結果　$2 + \frac{1}{b}$倍近似アルゴリズムを設計.

連結1,2辺支配集合問題

インスタンス: グラフ$G = (V, E)$, $d: E \to \{1,2\}$

解: 辺部分集合$E' \subseteq E$

制約: $\forall e \in E$が$e' \in E'$の$d(e)$本以上と隣接．かつE'が連結

結果　2.5倍近似アルゴリズムを設計

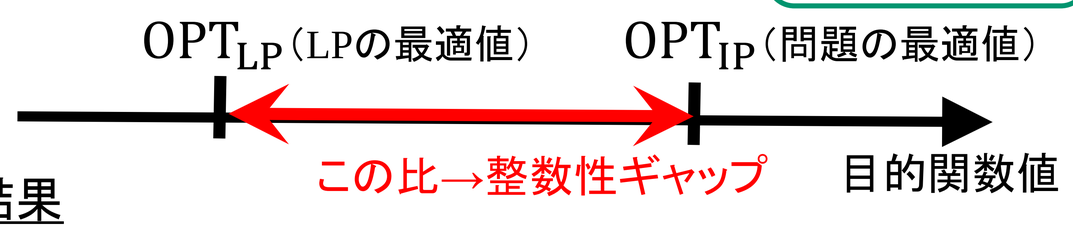
連結2辺支配集合問題の整数性ギャップ

0,1整数計画問題に定式化し，LP緩和した双対解を求め，
その目的関数値と比較することで近似保証を得た.

⇒近似保証は整数性ギャップより良くできない！

$$\begin{aligned} \text{minimize } & \textstyle\sum_{e \in E} x_e \\ \text{subject to } & \textstyle\sum_{e \in \delta(S)} x_e \geq 1 && \forall S \in D \\ & \textstyle\sum_{e' \in \delta(e)} x_{e'} \geq 2 && \forall e \in E \\ & x_e \in \{0,1\} && \forall e \in E \end{aligned} \quad \text{(IP)}$$

(LP緩和)
$\to 0 \leq x_e \leq 1$



結果

上の定式化の整数性ギャップ$\sup_I \frac{\mathrm{OPT}_{\mathrm{IP}}(I)}{\mathrm{OPT}_{\mathrm{LP}}(I)} \geq 2$を得た.

4. 今後の研究計画

1～3月	連結2辺支配集合問題の最大マッチングを用いた**2倍**近似アルゴリズムの設計
4月～10月	連結b辺支配集合問題の**2倍**近似アルゴリズムの設計
11月以降	証明の詰めと学会発表等